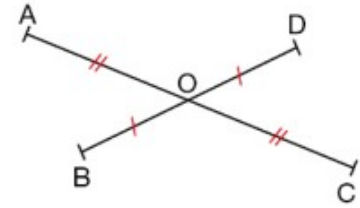


Reconnaître un parallélogramme par ses diagonales

Les segments $[AC]$ et $[BD]$ ci-contre ont le même milieu O .



1 Conjecture

Quelle semble être la nature du quadrilatère $ABCD$?

2 Une preuve

- a. Quelle est la symétrique par rapport à O :
• de la droite (AB) ?
• de la droite (AD) ?
- b. En déduire que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. Expliquer.
On dit que $ABCD$ est un parallélogramme **de centre** O .

1) Le quadrilatère $ABCD$ semble être un parallélogramme.

2)a)

- Le symétrique de la droite (AB) par rapport au point O est la droite (CD) .
- Le symétrique de la droite (AD) par rapport au point O est la droite (CB) .

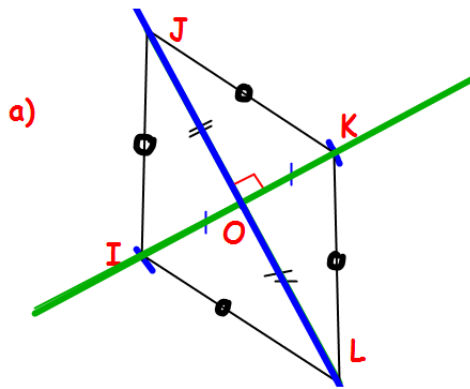
2)b) Comme les droites (AB) et (DC) sont parallèles et que les droites (AD) et (CB) sont aussi parallèles, alors le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Conclusion : On vient de prouver que si un quadrilatère a ses 2 diagonales de même milieu alors il sera un parallélogramme.

ACT 3 PAGE 459

Émettre des conjectures

- a. Construire un parallélogramme $IJKL$ de centre O dont les diagonales $[IK]$ et $[JL]$ sont perpendiculaires en O .
- b. Construire un parallélogramme $EFGH$ de centre O dont les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ ont la même longueur.
- c. Construire un parallélogramme $MNPQ$ de centre O dont les diagonales $[MP]$ et $[NQ]$ sont perpendiculaires et de même longueur.
- d. Que semble-t-on pouvoir dire de plus concernant la nature de chacun des trois parallélogrammes construits précédemment ?



Conjecture :
Énoncé qu'on accepte comme vrai mais dont on ne connaît pas la valeur de vérité parce qu'on ne l'a pas encore démontré ou réfuté.

Comme $IJ=JK=KL=LI$ donc IJKL est un losange.

On vient de prouver que si un parallélogramme a ses 2 diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Émettre des conjectures

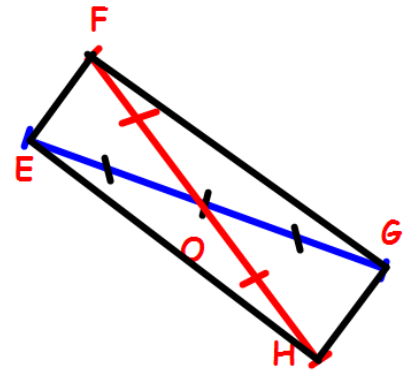
b. Construire un parallélogramme EFGH de centre O dont les diagonales [EG] et [FH] ont la même longueur.

Conjecture :

Énoncé qu'on accepte comme vrai mais dont on ne connaît pas la valeur de vérité parce qu'on ne l'a pas encore démontré ou réfuté.

EFGH semble être un rectangle.

On vient de conjecturer que si un parallélogramme a ses 2 diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.



Émettre des conjectures

c. Construire un parallélogramme MNPQ de centre O dont les diagonales [MP] et [NQ] sont perpendiculaires et de même longueur.

Conjecture :

Énoncé qu'on accepte comme vrai mais dont on ne connaît pas la valeur de vérité parce qu'on ne l'a pas encore démontré ou réfuté.

MNPQ semble être un carré.

On vient de prouver que si un parallélogramme a ses 2 diagonales de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

